

文章编号: 1000-7598 (2011) 03-767-08

# 基于多孔介质理论的饱和土中群桩水平振动特性

刘林超<sup>1</sup>, 闫启方<sup>1</sup>, 杨 骁<sup>2</sup>

(1. 信阳师范学院 土木工程学院, 河南 信阳 464000; 2. 上海大学 土木工程系, 上海 200072)

**摘 要:** Dobry 和 Gazetas 分析群桩振动特性的理论是将土体视为单相介质提出的, 对于饱和土中桩-桩相互作用和群桩振动是否适用有待验证。将土体视为液固两相多孔介质, 运用 Novak 薄层法和引入势函数的方法, 求解了饱和土层的水平动力阻抗和自由场水平位移衰减函数, 并在初参数法的基础上求解了桩-桩水平动力相互作用因子, 运用基于动力相互作用因子的叠加原理对饱和土中群桩的水平振动进行了分析, 并以 3×3 桩为例对群桩动力阻抗的主要影响参数进行了分析。提供了一种分析饱和土中桩-桩动力相互作用和群桩动力阻抗的新方法。

**关 键 词:** 多孔介质; 饱和土; 水平振动; 初参数法; 动阻抗

**中图分类号:** TU 473

**文献标识码:** A

## Horizontal vibration of pile group in saturated soil based on theory of porous media

LIU Lin-chao<sup>1</sup>, YAN Qi-fang<sup>1</sup>, YANG Xiao<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Xinyang Normal University, Xinyang, Henan 464000, China;

2. Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

**Abstract:** The theory of analysis of the vibration of pile group proposed by Dobry and Gazetas only for single phase soil, it is needed to verify the theory is suitable for the pile group in saturated soil or not. Based on the theory of porous media, the horizontal dynamic impedance of saturated soil and the attenuation function of horizontal displacement of free field were obtained with Novak layer method and potential functions by regarding soil as two-phase medium. The pile-pile dynamic interaction factor is obtained by initial parameter method; and the horizontal vibration of pile group in saturated soil is investigated by superposition principle which based on dynamic interaction factor; and analyzing the influence of main parameters on the dynamic impedance of pile group with an example of 3×3 pile group. A new method for studying the pile-pile dynamic interaction and the horizontal dynamic impedance of pile group in saturated soil is provided.

**Key words:** porous medium; saturated soil; horizontal vibrations; initial parameter method; dynamic impedance

## 1 引 言

群桩动力阻抗问题是近几十年来研究的热点, 并取得了显著的成就, 然而桩-土相互作用问题是桩基计算的关键, 常用的方法主要有连续介质力学模型、有限元模型和 Winkler 地基梁模型<sup>[1]</sup>。以往关于 Winkler 地基模型的参数主要通过连续介质力学模型和数值分析结果拟合得到, 其应用范围受到一定的限制。由于自然界的土体都是多孔介质, 将其视为单相介质不符合实际, 当土骨架间的孔隙全

部被水充满时, 则土体即为理想的饱和两相介质。由连续介质力学模型和数值分析拟合得到的 Winkler 地基梁模型的参数对于饱和土是否适用有待进一步验证。目前, 关于群桩的研究主要是基于 Dobry 和 Gazetas 的成果, 而 Dobry 和 Gazetas 的研究是将土体视为单相介质提出的<sup>[2-3]</sup>。由于饱和土中孔隙水的流动特性以及桩基与土体的不同渗透率, 饱和土与单相土介质中桩基的力学行为, 尤其是动力学行为存在很大差异, Dobry 和 Gazetas 提出的关于单相土介质中群桩的振动理论是否适用于饱和土的情况有

收稿日期: 2009-09-16

基金项目: 国家自然科学基金项目 (No. 10872124); 上海市重点学科建设项目 (No. Y0103); 上海市自然科学基金 (No. 06ZR14037); 河南省教育厅自然科学基金研究计划项目 (No. 2011A1301001)。

第一作者简介: 刘林超, 男, 1979 年生, 博士, 讲师, 主要从事多孔介质理论、岩土力学、桩基动力学方面的研究工作。E-mail: llc109@sohu.com

待商榷。所以,有必要发展一种研究饱和土中桩-桩相互作用及群桩阻抗特性的新方法。关于饱和土中桩-桩动力相互作用和群桩振动特性的研究较少<sup>[4-8]</sup>,其研究都是基于 Biot 理论,虽然 Biot 理论在工程中得到广泛的应用,但研究表明,Biot 理论在模型上存在一定的缺陷<sup>[9]</sup>。文献[10]基于多孔介质理论利用薄层法研究了饱和土中单桩的水平振动特性,同时将薄层法与采用较严格的三维模型的解进行了对比,验证了薄层法在研究饱和土中桩基振动的可行性和正确性。本文将利用多孔介质理论来描述饱和土的力学行为,采用 Novak 薄层法和引入势函数的方法求解桩基周围饱和土层的水平动力阻抗以及自由场水平位移的衰减函数,并在此基础上研究饱和土中群桩的水平振动问题。

## 2 饱和土层振动问题求解

如图 1 所示的厚度为  $H$  的饱和土层中有一直径为  $d$  的弹性圆柱桩,桩的长度与土层厚度相同,桩的弹性模量、体密度、横截面惯性矩分别为  $E_p$ 、 $\rho_p$ 、 $I_p$ 。饱和土的流相和固相的体积分数分别为  $n^F$ 、 $n^S$ ,显然  $n^S + n^F = 1$ ,土骨架的剪切模量、阻尼系数、泊松比分别为  $G$ 、 $\xi$ 、 $\nu$ ,液相固相的表观密度分别为  $\rho^F$ 、 $\rho^S$ 。在桩顶水平简谐力和弯矩的作用下单桩作水平振动。设桩底为基岩,基岩以上的土体由无穷多个无限薄的土层组成,且每个薄的土层有一直径为  $d$  的圆孔,且薄层间彼此无关;桩-土振动变形为小变形,桩基和土体之间完全接触且无相对滑移和脱离,且桩-土接触面不透水。不考虑土体  $oz$  方向的位移,设土体简谐振动的圆频率为  $\omega$ ,固相和流相位移矢量分别为  $\mathbf{u}^S = \bar{\mathbf{u}}^S d e^{i\omega t}$  和  $\mathbf{u}^F = \mathbf{u}^F d e^{i\omega t}$ ,  $i$  为虚数单位,且流相和固相的位移与  $z$  无关,即  $\frac{\partial \mathbf{u}^S}{\partial z} = 0$ ,  $\frac{\partial \mathbf{u}^F}{\partial z} = 0$ ,又以桩的直径  $d$  为特征长度,令  $\bar{r} = r/d$ ,  $\bar{z} = z/d$ 。假设桩身沿  $\theta = 0$  方向产生无量纲化水平位移幅值为 1,则薄土层在半径为  $d/2$  的圆孔壁处沿  $\theta = 0$  方向的无量纲化水平位移幅值也为 1,则薄土层在圆孔壁处的无量纲化的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_r^S(1/2, \theta) &= 1, \theta = 0 \\ \bar{u}_\theta^S(1/2, \theta) &= -1, \theta = \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

桩-土接触面不透水,则有:

$$\left. \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{r}} \right|_{\bar{r}=1/2} = 0 \quad (2)$$

式中:  $\bar{P}$  为孔隙水压力  $P$  的无量纲形式,  $\bar{P} = \frac{P}{v_s^2 \rho^S}$ ,

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho^S}}。$$

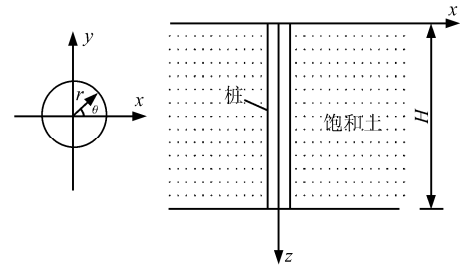


图 1 饱和土桩相互作用模型

Fig.1 Interaction model of saturated soil-pile

运用多孔介质理论来描述土的力学行为,则饱和土的三维控制方程为<sup>[11-12]</sup>

$$\left. \begin{aligned} (\lambda^S + \mu^S) \text{grad}(\text{div} \mathbf{u}^S) + \mu^S \text{div}(\text{grad} \mathbf{u}^S) \\ - \text{grad} P - \rho^S \ddot{\mathbf{u}}^S - \rho^F \ddot{\mathbf{u}}^F = 0 \\ - n^F \text{grad} P - \rho^F \ddot{\mathbf{u}}^F - s_v(\ddot{\mathbf{u}}^F - \ddot{\mathbf{u}}^S) = 0 \\ \text{div}(n^S \dot{\mathbf{u}}^S + n^F \dot{\mathbf{u}}^F) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中:  $\mu^S = G(1 + 2i\xi)$ ;  $\lambda^S = \frac{2\nu}{1-2\nu} \mu^S$ , 为土体固相的表观复 Lamé 常数;  $\mathbf{u}^S$ 、 $\mathbf{u}^F$  分别为固相和流相位移矢量;  $P$  为孔隙流体压力;  $s_v = \frac{(n^F)^2 \gamma^{LR}}{k^L}$ , 为表征流相和固相相互作用的耦合系数;  $\gamma^{LR}$  为流体的重度;  $k^F$  为达西渗流系数。

考虑体系为稳态响应,忽略  $e^{i\omega t}$  项,只考虑有关参量的幅值,对方程 (3) 进行无量纲化运算,借助于势函数分解的方法,并考虑  $u_r^S$ 、 $u_\theta^S$  的奇偶性以及边界条件 (1) 由文献[11]可知,无量纲化后的土体径向位移  $\bar{u}_r$ 、环向位移  $\bar{u}_\theta$  和沿  $x$  方向单位厚度土层的合力  $\bar{P}_x$  分别为

$$\bar{u}_r^S = \left[ -\frac{A_3}{\bar{r}^2} - \frac{K_1(s\bar{r})}{s^2 \bar{r}} A_2 - \frac{K_0(s\bar{r})}{s} A_2 + \frac{K_1(q\bar{r})}{\bar{r}} A_1 \right] \cos \theta \quad (4)$$

$$\bar{u}_\theta^S = \left[ -\frac{A_3}{\bar{r}^2} - \frac{K_1(s\bar{r})}{s^2 \bar{r}} A_2 + \frac{K_1(q\bar{r})}{\bar{r}} A_1 + qK_0(q\bar{r}) A_1 \right] \sin \theta \quad (5)$$

$$\bar{P}_x = \int_0^{2\pi} \left[ (\bar{P} - \bar{\sigma}_r^S) \cos \theta + \bar{\tau}_{r\theta} \sin \theta \right]_{\bar{r}=\bar{r}_0} \bar{r}_0 d\theta =$$

$$\pi(1 + 2i\xi) \left[ \frac{2\nu - 2}{1 - 2\nu} K_1(s/2) A_2 - q^2 K_1(q/2) A + \bar{P} \right] \quad (6)$$

式中:  $K_1(\cdot)$  为 1 阶的虚宗量 Bessel 函数。

$$\left. \begin{aligned} S_v &= \frac{ds_v}{v_s \rho^s}, \bar{\omega} = \frac{d\omega}{v_s}, \bar{\rho} = \frac{\rho^s}{\rho^f}, q^2 = -(1 + \frac{a_1}{\bar{\rho}})\omega^2 \\ s^2 &= -(a_3 - \frac{n^s}{n^f} a_4), a_1 = \frac{\bar{\rho} S_v}{\bar{\rho} S_v + i\bar{\omega}} \\ a_2 &= \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)(1+2i\xi)} (\bar{\omega}^2 - \frac{i\bar{\omega} S_v}{n^f}) \\ a_3 &= \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)(1+2i\xi)} [\frac{\bar{\omega}^2}{\bar{\rho}} + \frac{i\bar{\omega} S_v}{n^f} (1 + \frac{i\bar{\omega}}{\bar{\rho} S_v})] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= \frac{D_2}{D}, A_3 = D_3 A_2, A_1 = -\frac{2s + K_0(s/2)A_2}{qsK_0(q/2)} \\ D_2 &= (a_2 + a_1 a_3)s[4K_1(q/2) + qK_0(q/2)] \\ D_3 &= -\frac{(s^2 + a_2 + a_1 a_3)[2K_1(s/2) + sK_0(s/2)]}{4s^2(a_2 + a_1 a_3)} \\ D &= sq[2K_1(s/2) + sK_0(s/2)]K_0(q/2) - \\ &\quad 2(a_2 + a_1 a_3)K_1(q/2)K_0(s/2) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

令  $\bar{P}_x = k_h + ic_h$ , 则  $k_h = \text{Real}(\bar{P}_x)$ ,  $c_h = \text{Imag}(\bar{P}_x)$ 。

### 3 饱和土中桩-桩水平动力相互作用

当主动桩在简谐荷载作用下将产生稳态振动, 从而导致桩周土体产生向外扩散的柱状波 (图 2)。假设桩周产生的辐射波满足平面应变假设, 且传播的过程中随传播距离以及荷载方向角  $\theta$  衰减。2 根桩均为圆形截面且材料性质和几何尺寸相同, 直径和长度分别为  $d$  和  $H$ ; 忽略被动桩的径向尺寸以它们的轴线代替桩, 轴线之间的距离为  $S$ 。

由式 (4) 和 (5) 定义  $\theta = 0^\circ$ 、 $90^\circ$  时的饱和土层的衰减函数为

$$\psi_1(\bar{S}) = \bar{u}_r^s(\bar{S})/u_r^s(1/2) = [-\frac{A_4}{\bar{S}^2} - \frac{K_1(s\bar{S})}{s^2\bar{S}} A_2 - \frac{K_0(s\bar{S})}{s} A_2 + \frac{K_1(q\bar{S})}{\bar{S}} A_1] \cos\theta = \psi(\bar{S}, 0^\circ) \cos\theta \quad (9)$$

$$\psi_2(\bar{S}) = \bar{u}_\theta^s(\bar{S})/\bar{u}_\theta^s(1/2) = [-\frac{A_4}{\bar{S}^2} - \frac{K_1(s\bar{S})}{s^2\bar{S}} A_2 + \frac{K_1(q\bar{S})}{\bar{S}} A_1 + qK_0(q\bar{S})A_1] \sin\theta = \psi(\bar{S}, 90^\circ) \sin\theta \quad (10)$$

式中:  $\bar{S} = S/d$ ;  $S$  为两根桩轴线之间的距离。

在主动桩轴线处饱和土的位移幅值为单位位移时, 将其分解为环向位移  $\bar{u}_\theta = -\sin\theta$  和径向位移  $\bar{u}_r = \cos\theta$ , 在被动桩轴线处, 环向位移和径向位移分别衰减为  $\bar{u}_\theta = -\psi_2(\bar{S})\sin\theta$ ,  $\bar{u}_r = \psi_1(\bar{S})\cos\theta$ , 在被动桩轴线处, 饱和土衰减后的水平位移为

$$\bar{u}_x(\bar{S}, \theta) = [\psi(\bar{S}, 0^\circ) \cos^2\theta + \psi(\bar{S}, 90^\circ) \sin^2\theta] \quad (11)$$

由于  $\psi(1/2, 0^\circ) = \psi(1/2, 90^\circ) = 1$ , 由此可得任意  $\theta$  方向饱和土自由场水平位移幅值的衰减函数为

$$\psi(\bar{S}, \theta) = \frac{\bar{u}_x(\bar{S}, \theta)}{\bar{u}_x(1/2, \theta)} = \psi(\bar{S}, 0^\circ) \cos^2\theta + \psi(\bar{S}, 90^\circ) \sin^2\theta \quad (12)$$

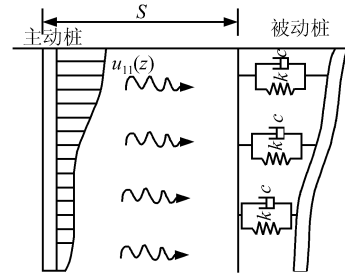


图2 桩-桩水平动力相互作用模型  
Fig.2 Interaction model of pile to pile horizontal dynamic

图2为桩-饱和土-桩相互作用模型, 为了研究群桩的水平振动, 需要首先确定两根桩间的水平动力相互作用因子。对于简谐荷载作用下的饱和土中的桩, 可利用类似于 Winkler 弹簧模型的方法来描述桩-土之间的动力相互作用, 弹簧的刚度和阻尼分别为  $k = k_h$ ,  $c = c_h/\bar{\omega}$ 。对于简谐荷载作用下的桩-饱和土-桩体系, 忽略  $e^{i\omega t}$  项并进行无量纲运算, 可得主动桩的水平振动方程为

$$\frac{d^4 U_{11}(\bar{z})}{d\bar{z}^4} + 4\lambda^4 U_{11}(\bar{z}) = 0 \quad (13)$$

$$\text{式中: } \lambda^4 = \frac{k_h + ic_h - \pi \frac{\bar{\rho}_b}{4\bar{\rho}} \bar{\omega}^2}{\pi \bar{E}_b / 16}; \quad \bar{\rho}_b = \frac{\rho_b}{\rho^L}; \quad \bar{E}_b = \frac{E_b}{G}。$$

对于方程 (13) 的解可由初参数法得到<sup>[13]</sup>

$$U_{11}(\bar{z}) = -U_{11}(0)F_1(\lambda\bar{z}) + k_1 F_2(\lambda\bar{z})\phi_{11}(0) + k_2 F_3(\lambda\bar{z})M_{11}(0) + k_3 F_4(\lambda\bar{z})Q_{11}(0) \quad (14)$$

式中:  $U_{11}(0)$ 、 $\phi_{11}(0)$ 、 $Q_{11}(0)$ 、 $M_{11}(0)$  为桩顶端的位移、转角、水平力和弯矩;  $k_1 = \frac{1}{\lambda}$ ;  $k_2 = -\frac{1}{\lambda} \frac{\pi}{64} \bar{E}_b \lambda^2$ ;

$k_3 = (\frac{\pi}{64} \bar{E}_b \lambda^3)^{-1}$ ;  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 、 $F_4$  均为克雷洛夫函数。考虑克雷洛夫函数的导数关系可将饱和土中桩底的位移、转角、水平力和弯矩利用桩顶的位移、

转角、水平力和弯矩来表示:

$$\begin{Bmatrix} U_{11}(\delta) \\ \phi_{11}(\delta) \\ Q_{11}(\delta) \\ M_{11}(\delta) \end{Bmatrix} = [T^1] \begin{Bmatrix} U_{11}(0) \\ \phi_{11}(0) \\ Q_{11}(0) \\ M_{11}(0) \end{Bmatrix} \quad (15)$$

这里,  $\delta = \frac{H}{d}$  称为桩的长径比, 则有:

$$[T^1] = \begin{bmatrix} -F_1 & k_1 F_2 & k_3 F_4 & k_2 F_3 \\ \frac{4}{k_1} F_4 & F_1 & \frac{k_3}{k_1} F_3 & \frac{k_2}{k_1} F_2 \\ \frac{4}{k_2} F_3 & -4 \frac{k_1}{k_2} F_4 & \frac{k_3}{k_2} F_2 & F_1 \\ \frac{4}{k_3} F_2 & -4 \frac{k_1}{k_3} F_3 & F_1 & -4 \frac{k_2}{k_3} F_4 \end{bmatrix} \quad (16)$$

为了方便推导, 将  $[T^1]$  分为 4 块, 即

$$[T^1] = \begin{bmatrix} T_{11}^1 & T_{12}^1 \\ T_{21}^1 & T_{22}^1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

当桩长超过桩的有效长度后, 桩端边界条件对桩顶刚度的影响可以忽略不计, 实际上桩长都会超过有效长度。设桩端固定, 由式 (15) 可得

$$\begin{Bmatrix} Q_{11}(0) \\ M_{11}(0) \end{Bmatrix} = [K^s] \begin{Bmatrix} U_{11}(0) \\ \phi_{11}(0) \end{Bmatrix} \quad (18)$$

或

$$\begin{Bmatrix} U_{11}(0) \\ \phi_{11}(0) \end{Bmatrix} = [f^s] \begin{Bmatrix} Q_{11}(0) \\ \phi_{11}(0) \end{Bmatrix} \quad (19)$$

式中:  $[f^s] = [K^s]^{-1}$ ,  $[K^s] = -[T_{12}^1]^{-1}[T_{11}^1]$ , 分别称为单桩水平振动柔度、刚度矩阵。若桩顶约束转角, 则式 (19) 简化为

$$Q_{11}(0) = K^s(1,1)U_{11}(0) \quad (20)$$

式中:  $K^s(1,1)$  为单桩水平动力阻抗。当然, 也可以通过改变边界条件得到摇摆动力阻抗和水平-摇摆动力阻抗。

在被动桩处由于主动桩的影响产生的自由场水平位移幅值为  $\psi(S, \theta)U_{11}(z)$ , 进而可以建立无量纲化后被动桩的水平振动方程为

$$\frac{d^4 U_{22}(\bar{z})}{d\bar{z}^4} + 4\lambda^4 U_{22}(\bar{z}) = \frac{64(k_h + ic_h)}{\pi E_b} \psi(\bar{S}, \theta) U_{11}(\bar{z}) \quad (21)$$

同样地, 利用初参数法可以得到方程 (21) 的解:

$$U_{22}(\bar{z}) = -\frac{\lambda z}{4} \frac{(k_h + ic_h)\psi(\bar{S}, \theta)}{k_h + ic_h - \pi \frac{\bar{\rho}_b}{4\bar{\rho}} \bar{\omega}^2} [U_{11}(0)4F_4(\lambda\bar{z}) + k_1 F_1(\lambda\bar{z})j_{11}(0) + M_{11}(0)k_2 F_2(\lambda\bar{z}) + Q_{11}(0)k_3 F_3(\lambda\bar{z})] + [-F_1(\lambda\bar{z})U_{21}(0) + k_1 F_2(\lambda\bar{z})j_{21}(0) + k_2 F_2(\lambda\bar{z})M_{21}(0) + k_3 F_4(\lambda\bar{z})] + \frac{1}{4} \frac{(k_h + ic_h)\psi(\bar{S}, \theta)}{k_h + ic_h - \pi \frac{\bar{\rho}_b}{4\bar{\rho}} \bar{\omega}^2} [k_1 F_2(\lambda\bar{z})j_{11}(0) + 2k_2 F_3 M_{11}(0) + 3k_3 F_4(\lambda\bar{z})Q_{11}(0)] \quad (22)$$

$$\begin{Bmatrix} U_{21}(\delta) \\ \phi_{21}(\delta) \\ Q_{21}(\delta) \\ M_{21}(\delta) \end{Bmatrix} = -\frac{\beta\lambda\delta}{4} [T^2] \begin{Bmatrix} U_{11}(0) \\ \phi_{11}(0) \\ Q_{11}(0) \\ M_{11}(0) \end{Bmatrix} + [T^1] \begin{Bmatrix} U_{21}(0) \\ \phi_{21}(0) \\ Q_{21}(0) \\ M_{21}(0) \end{Bmatrix} + \frac{\beta}{4} [T^3] \begin{Bmatrix} U_{11}(0) \\ \phi_{11}(0) \\ Q_{11}(0) \\ M_{11}(0) \end{Bmatrix} \quad (23)$$

其中:

$$\beta = \frac{(k_h + ic_h)\psi(\bar{S}, \theta)}{k_h + ic_h - \pi \frac{\bar{\rho}_b}{4\bar{\rho}} \bar{\omega}^2} \quad (24)$$

$$[T^2] = \begin{bmatrix} 4F_4 & k_1 F_1 & k_3 F_3 & k_2 F_2 \\ \frac{4F_3}{k_1} & -4F_4 & \frac{k_3}{k_1} F_2 & \frac{k_2}{k_1} F_1 \\ \frac{4}{k_3} F_1 & -4 \frac{k_1}{k_3} F_2 & -4F_4 & -\frac{4k_2}{k_3} F_3 \\ \frac{4}{k_2} F_2 & -4 \frac{k_1}{k_2} F_3 & \frac{k_3}{k_2} F_1 & -4F_4 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$[T^3] = \begin{bmatrix} 0 & k_1 F_2 & 3k_3 F_4 & 2k_2 F_3 \\ -\frac{4F_4}{k_1} & 0 & 2 \frac{k_3}{k_1} F_3 & \frac{k_2}{k_1} F_2 \\ -\frac{12}{k_3} F_2 & \frac{8k_1}{k_3} F_3 & 0 & \frac{4k_2}{k_3} F_4 \\ -\frac{8}{k_2} F_3 & 4 \frac{k_1}{k_2} F_4 & \frac{k_3}{k_2} F_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

按照式 (17), 将式 (25)、(26) 分为 4 块。设被动桩桩底固定、桩顶自由, 考虑式 (19) 得

$$\begin{Bmatrix} U_{21}(0) \\ \varphi_{21}(0) \end{Bmatrix} = [\alpha(\bar{S}, \theta)] \begin{Bmatrix} U_{11}(0) \\ \varphi_{11}(0) \end{Bmatrix} \quad (27)$$

式中:  $[\alpha(\bar{S}, \theta)]$  为水平振动时桩-桩相互关系矩阵。

$$[\alpha(\bar{S}, \theta)] = \frac{\beta}{4} [T_{11}^1]^{-1} \{ \lambda \delta [T_{11}^2] + \lambda \delta [T_{12}^2][K^s] - [T_{11}^3] - [T_{12}^3][K^s] \} \quad (28)$$

由相互作用因子的定义可得水平、摇摆、水平-摇摆相互作用因子为

$$\alpha_{uP} = U_{21}(0)/U_{11}(0) = \frac{\alpha(1,1)f^s(1,1) + \alpha(1,2)f^s(2,1)}{f^s(1,1)} \quad (29)$$

$$\alpha_{\phi P} = \varphi_{21}(0)/U_{11}(0) = \frac{\alpha(2,1)f^s(1,1) + \alpha(2,2)f^s(2,1)}{f^s(2,1)} \quad (30)$$

$$\alpha_{uM} = U_{21}(0)/\varphi_{11}(0) = \frac{\alpha(1,1)f^s(1,2) + \alpha(1,2)f^s(2,2)}{f^s(1,2)} \quad (31)$$

$$\alpha_{\phi M} = \varphi_{21}(0)/\varphi_{11}(0) = \frac{\alpha(2,1)f^s(1,2) + \alpha(2,2)f^s(2,2)}{f^s(2,2)} \quad (32)$$

容易验证,  $\alpha_{\phi P} = \alpha_{uM}$ 。由式 (29) ~ (32) 可知,  $\alpha_{\phi P}$ 、 $\alpha_{uM}$ 、 $\alpha_{\phi M}$  并不为 0, 这比与 Dobry 和 Gazetas 的简化方法中只假定  $\alpha_{uP} = \psi(S, \theta)$  更为合理。

对于单相土介质中的桩, 有时为了计算方便, 桩-桩水平动力相互作用因子近似表达式为

$$\alpha(\bar{S}, \theta) = \alpha(\bar{S}, 0^\circ) \cos^2 \theta + \alpha(\bar{S}, 90^\circ) \sin^2 \theta \quad (33)$$

$$\alpha(S, 0^\circ) = (d/2S)^{1/2} \exp[-(i + \xi)\omega(S - d/2)/v_{La}] \quad (34)$$

$$\alpha(S, 90^\circ) = (d/2S)^{1/2} \exp[-(i + \xi)\omega(S - d/2)/v_s] \quad (35)$$

#### 4 饱和土中群桩水平动力阻抗

对于如图 3 所示的承台下群桩, 桩数为  $n$ , 设承台为刚性承台, 不考虑其质量, 承台承受的无量纲化后的水平简谐荷载的幅值为  $P_0$ , 各桩的尺寸、材料等属性相同, 且桩基和承台对称。在承台荷载作用下, 群桩桩顶水平位移  $u^G$  等于各桩头位移  $u_i$ ,

即

$$u^G = u_i = \sum_{j=1}^n \alpha_{uP,ij} P_j / K^s(1,1) \quad (36)$$

式中:  $K^s(1,1)$  为单桩的水平动力阻抗;  $P_j$  为桩  $j$  分担到的承台荷载的幅值;  $\alpha_{uP,ij}$  为桩  $j$  与桩  $i$  的水平动力相互作用因子, 且当  $i = j$  时,  $\alpha_{uP,ij} = 1$ 。承台上水平荷载  $P_0$  等于各单桩分担的水平荷载的和, 即

$$\sum_{j=1}^n P_j = P_0 \quad (37)$$

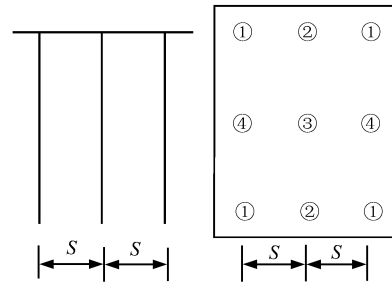


图3 群桩水平振动模型

Fig.3 Horizontal dynamic models of pile group

联合求解式 (36)、(37), 即可得到群桩桩头水平位移  $u^G(0)$  和每根单桩分担的水平荷载  $P_j$ , 由群桩水平动力阻抗定义可得

$$K^G(i\bar{\omega}) = \frac{P_0}{u^G(0)} = K_h^G(\bar{\omega}) + iC_h^G(\bar{\omega}) \quad (38)$$

式中:  $K_h^G(\bar{\omega})$ 、 $C_h^G(\bar{\omega})$  分别为饱和土层中群桩水平动刚度和动阻尼。

#### 5 对比分析与数值算例

群桩的振动特性通常用群桩的动力阻抗来反映。图 4 为  $3 \times 3$  群桩水平动力阻抗随频率变化曲线, 首先将本文方法和文献[7]进行对比, 由于文献[7]中采用的是相互作用因子的近似解式 (33), 为了进行对比, 这里也采用近似表达式 (33) 来描述桩-桩相互作用, 图中实线为本文方法的结果, 带标识符号的实线为文献[7]的结果, 可以看出, 两种方法得到的群桩阻抗结果比较接近, 但两种结果得到的动力阻抗随频率变化曲线的峰值对应的频率存在一定的差异, 采用文献[7]得到的峰值对应的频率略小, 这可能是由于文献[7]和本文采用的分析方法的不同造成的, 本文采用的薄层法相对要简单得多, 且便于应用, 同时还可以得到摇摆阻抗和水平-摇摆阻抗。

图 5 为采用水平相互作用因子近似解式 (33)

和精确解式 (29) (图中虚线) 时  $3 \times 3$  群桩水平动力阻抗随频率变化曲线。可以看出, 采用精确解时峰值对应的频率要小得多, 且桩距较小 ( $S/d=2$ ) 时, 频率越大, 两种方法的结果相差越大, 且桩距较大 ( $S/d=10$ ) 时, 采用近似解得到的曲线峰值要小。可见, 采用水平相互作用因子的近似解代替饱和土水平动力相互作用因子求解群桩水平动力阻抗势必存在差异, 其差异的大小受桩距和频率的影响。

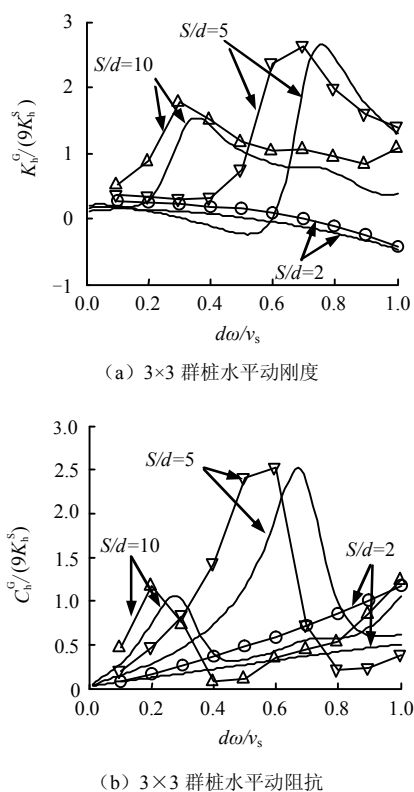


图 4  $3 \times 3$  群桩水平动力阻抗随频率变化曲线  
Fig.4 Horizontal dynamic impedance of  $3 \times 3$  pile group varying with frequency

图 6 给出了桩间距对  $3 \times 3$  群桩水平动力阻抗的影响。桩间距对群桩水平阻抗的影响较大。在桩间距较小 ( $S/d=2$ ) 时群桩水平动力阻抗随频率的变化较小, 此时群桩的水平振动如同一埋置基础, 动刚度随频率的增大逐渐减小并趋于负值, 而动阻力的变化则较小, 与将土视为单相介质式桩基水平振动特性类似。随着桩间距的增大, 群桩水平动力阻抗开始变得比较复杂, 其刚度系数和阻尼系数随频率的增大会出现峰值和谷值, 出现的位置取决于桩间距和饱和土的性质, 这可能是由于振动能量在饱和土中的传播和衰减造成的。

图 7 描述的是液-固耦合系数对群桩水平阻抗的影响, 其影响主要是动刚度和动阻尼的幅值的峰

值, 且相当明显。可以看出, 液-固耦合系数越大, 亦即饱和土的渗透系数越小, 群桩的水平阻抗越大。

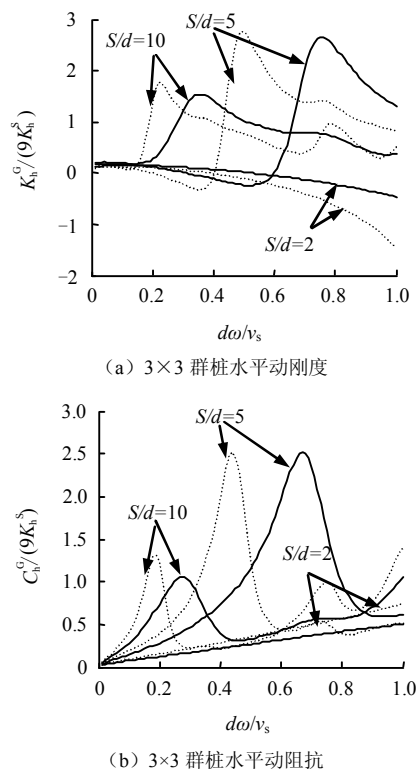


图 5  $3 \times 3$  群桩水平动力阻抗随频率变化曲线  
Fig.5 Horizontal dynamic impedance of  $3 \times 3$  pile group varying with frequency

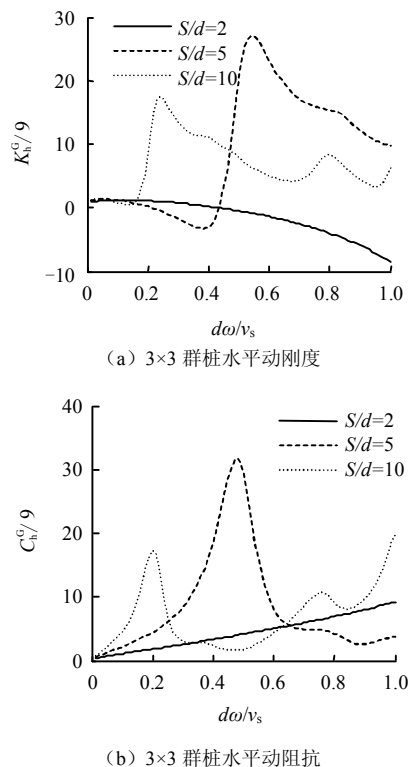
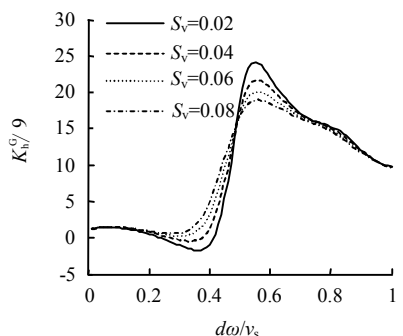
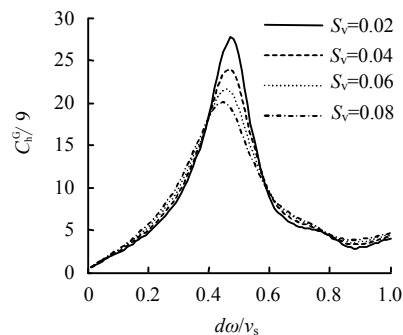


图 6 桩间距对  $3 \times 3$  群桩阻抗的影响  
Fig.6 Influence of pile spacing on impedance of  $3 \times 3$  pile group



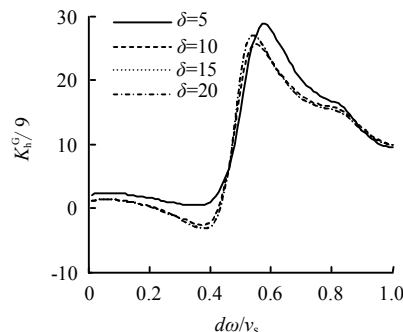
(a) 3×3 群桩水平刚度



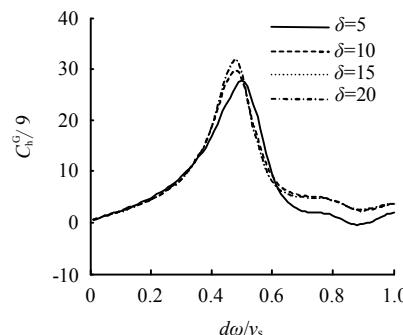
(b) 3×3 群桩水平阻抗

图7 液固耦合系数对3×3群桩阻抗的影响

Fig.7 Influence of coupling factors on impedance of 3×3 pile group



(a) 3×3 群桩水平刚度

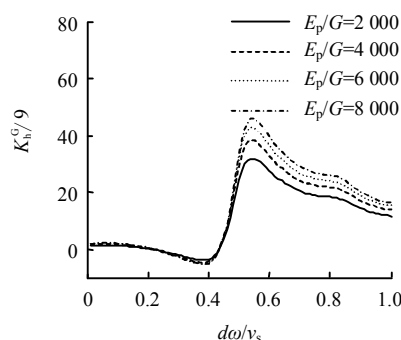


(b) 3×3 群桩水平阻抗

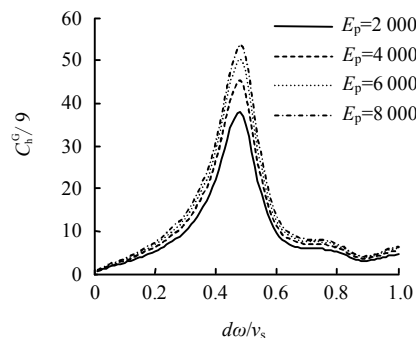
图8 长径比对3×3群桩阻抗的影响

Fig.8 Influence of ratio of length-diameter on impedance of 3×3 pile group

固相之间相对运动产生的摩擦不同,耦合系数越大,渗透系数越小,内摩擦越大,阻尼越大。桩的长径比对群桩水平动力阻抗的影响如图8所示,当长径比 $\delta \geq 10$ 时,长径比对饱和土中群桩水平动力阻抗影响很小,且该临界值较单桩要小,这是由于长径比较大时增加桩长对桩基振动特性影响不大的缘故,同时,由于群桩考虑了桩-桩的相互作用,从而导致临界值较单桩要小。桩-土模量比对群桩水平动力阻抗的影响(见图9)。高频时,桩-土模量比对群桩水平刚度影响较大,且桩-土模量比越大,群桩水平刚度和水平动阻尼越大。



(a) 3×3 群桩水平刚度



(b) 3×3 群桩水平阻抗

图9 桩土模量比对3×3群桩阻抗的影响

Fig.9 Influence of ratio of modulus on the impedance of 3×3 pile group

## 6 结 语

将土体视为两相饱和和多孔介质较为符合实际,对于饱和土-桩作用问题,特别是动力相互作用问题,以往有关单相土的研究理论已不再适用,正是基于此目的,本文给出了饱和土中自由场位移的衰减函数,并将其用于饱和土中桩-桩水平动力相互作用和群桩水平阻抗问题的研究。研究结果表明:荷载作用角和桩间距对饱和土中桩-桩水平动力相互作用有较大的影响且较为复杂;采用单相土中桩-桩水平动力相互作用因子近似解来代替饱和土桩-

这可能是由于渗透系数不同,饱和土的液相和

桩水平动力相互作用因子来研究群桩水平动力阻抗, 将产生差异; 水液-固耦合系数对群桩的水平动力阻抗有影响, 可见忽略液相对群桩水平动力阻抗的影响是不合适的。

### 参考文献

- [1] 吴志明, 黄茂松, 吕丽芳. 桩-桩水平振动动力相互作用[J]. 岩土力学, 2007, 28(9): 1848—1855.  
WU Zhi-ming, HUANG Mao-song, LÜ Li-fang. Research on pile-pile dynamic interaction of lateral vibration[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(9): 1848—1855.
- [2] DOBRY R, GAZETAS G. Simple method for dynamic stiffness and damping of floating pile groups[J]. **Geotechnique**, 1988, 38(4): 557—574.
- [3] GAZETAS G, DOBRY R. Dynamic pile-soil-pile interaction. Part I: analysis of axial vibration[J]. **Earthquake Engineering and Structure Dynamics**, 1991, 20: 115—132.
- [4] ORLANDO MAESO, JUAN J AZNAREZ, FIDEL GARCIA. Dynamic impedances of piles and groups of piles in saturated soils[J]. **Computers & Structures**, 2005, 83: 769—782.
- [5] 张玉红, 黄义. 二相介质饱和土中群桩动力阻抗分析[J]. 地震工程与工程振动, 2001, 21(3): 113—116.  
ZHANG Yu-hong, HUANG Yi. Dynamic impedance of group piles in two-phase fluid-saturated soils [J]. **Earthquake Engineering and Engineering Vibration**, 2001, 21(3): 113—116.
- [6] 周香莲, 周光明, 王建华. 垂直受荷群桩在半空间饱和土中的稳态反应[J]. 计算力学学报 2005, 22(5): 598—602.  
ZHOU Xiang-lian, ZHOU Guang-ming, WANG Jian-hua. Harmic response of pile groups subjected to vertical load in half space saturated soil[J]. **Chinese Journal of Computational Mechanics**, 2005, 22(5): 598—602.
- [7] 周香莲, 周光明, 王建华. 水平简谐荷载作用下饱和土中群桩的动力反应[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(8): 1433—1438.  
ZHOU Xiang-lian, ZHOU Guang-ming, WANG Jian-hua. Dynamic response of pile group in saturated soil subjected to horizontal loads[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(8): 1433—1438.
- [8] 余俊, 尚守平, 李忠. 饱和土中桩水平振动引起土层复阻抗分析研究[J]. 岩土力学, 2009, 31(12): 3858—3864.  
YU Jun, SHANG Shou-ping, LI Zhong. Study of resitance factor of saturated soil caused by horizontal vibration of pile[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 31(12): 3858—3864.
- [9] EDELMAN I, WILMANSKI K. Asymptotic analysis of surface waves at vacuum/porous medium and liquid/porous medium interfaces [J]. **Continuum Mechanics and Thermodynamics**, 2002, 14: 25—44.
- [10] 刘林超, 杨骁. 基于多孔介质理论的饱和土中桩基水平振动研究[J]. 土木工程学报, 2010, 43(5): 1—5.  
LIU Lin-chao, YANG Xiao. A porous medium theory study of lateral vibration of piles in saturated soils[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2010, 43(5): 1—5.
- [11] DE BOER. Theory of porous media: Highlights in the historical development and current state [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2000.
- [12] YANG Xiao, HENG Chang-jun. Gurtin variational principle and finite element simulation for dynamical problems of fluid-saturated porous media[J]. **Acta Mechanica Sinica**, 2003, 16(1): 24—32.
- [13] 李耀庄, 李博. 单桩水平及水平-摇摆耦合振动分析[J]. 世界地震工程, 2006, 22(4): 160—165.  
LI Yao-zhuang, LI Bo. Analysis of horizontal vibrations and horizontal-rocking vibrations of pile[J]. **World Earthquake Engineering**, 2006, 22(4): 160—165.

上接第 760 页

- [4] 马芳平, 李仲奎, 罗光福. NIOS 相似材料及其在地质力学相似模型试验中的应用[J]. 水力发电学报, 2004, 23(1): 48—51.  
MA Fang-ping, LI Zhong-kui, LUO Guang-fu. NIOS model material and its use in geomechanical similarity model test[J]. **Journal of Hydroelectric Engineering**, 2004, 23(1): 48—51.
- [5] 高玉磊, 张景华, 石云, 等. 地质力学模型材料试验研究[J]. 四川水利. 2007, (2): 35—37.
- [6] 王汉鹏, 李术才, 张强勇, 等. 新型地质力学模型试验相似材料的研制[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25 (9): 1842—1847.  
WANG Han-peng, LI Shu-cai, ZHANG Qiang-yong. Development of a new geomechanical similar material[J].

**Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25 (9): 1842—1847.

- [7] FRANCOIS E HEWZE Suggested Methods for Determining the Uniaxial Compressive Strength and Deformability of Rock Materials[J]. **Inter Rock Mech. Min. Sci. and Geo. Abstr.**, 1978
- [8] 陈勤, 段亚辉, 洞室和围岩温度对泄洪洞衬砌混凝土温度和温度应力影响研究[J]. 岩土力学, 2010, 31, (3): 986—992.  
CHEN Qin, DUAN Ya-hui. Influence of temperature in tunnel and surrounding rock on temperature and thermal stress of lining concrete of flood discharge tunnel[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(3): 986—992.